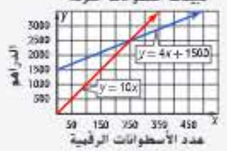
6-1 تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًّا

السابق:
- أعد مثلث المعادلات الخطية بيانيًا

الحالي:
1 تحديد عدد الحلول المتاحة لنظام معادلات خطية، إذا وجدت.
2 حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني وتصنيفها وفق عدد الحلول.

لماذا؟
- تعادل تكلفة البدء في إنتاج إسطوانات رقمية لأعمى العرق الفائزة 1500 AED وكل أسطوانة تكلف في إنتاجها 4 AED وتباع مقابل 10 AED. تريد الفرقة أن تعرف عدد الأسطوانات التي يتعين عليها بيعها لكي تحقق مكسبًا.

قد يظهر التمثيل البياني لنظام المعادلات متى تحقق الشركة أرباحًا. ويمكن تمثيل تكلفة إنتاج الأسطوانة بالمعادلة $y = 4x + 1500$، حيث تمثل y تكلفة الإنتاج و x هي عدد الأسطوانات التي تم إنتاجها.



المفردات الجديدة

system of equations	نظام المعادلات
consistent	متوافق
independent	مستقل
dependent	تابع
inconsistent	غير متوافق

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات سليمة والتعليل على طريقة استنتاج الآخرين. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

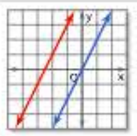
1 عدد الحلول المحتملة يمكن تمثيل الدخل الناتج من بيع الأسطوانات بالمعادلة $y = 10x$ حيث تمثل y إجمالي الدخل الناتج عن بيع الأسطوانات، و x هي عدد الأسطوانات التي تم بيعها.

إذا مثلنا تلك المعادلات بيانيًا، يمكننا معرفة النقطة التي تبدأ عندها الفرقة في تحقيق الربح. النقطة التي يتقاطع عندها التمثيلان البيانيان هي نقطة التعادل بالنسبة للفرقة. وهذا يحدث عندما تبيع الفرقة 250 أسطوانة. فإذا باعت أكثر من 250 أسطوانة، فسوف تبدأ في تحقيق الربح.

المعادلتان، $y = 4x + 1500$ ، $y = 10x$، تشكلان **نظام معادلات**. الزوج المرتّب الذي يمثل حلاً لكلتا المعادلتين هو حل النظام. وقد يكون للنظام ذي المعادلتين الخطيتين حل واحد، أو عدد لا نهائي من الحلول، أو لا توجد له حلول.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يقال إنه **متوافق** تتقاطع التمثيلات البيانية عند نقطة واحدة أو تتواجد على الخط نفسه.
- إذا كان للنظام المتوافق حل واحد بالتحديد، يقال إنه **مستقل**. وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول، فهو **غير مستقل**. هذا يعني أن هناك عددًا غير محدود من الحلول التي تناسب كلتا المعادلتين.
- إن لم يكن للنظام حلول على الإطلاق، يقال إنه **غير متوافق** حيث تكون التمثيلات البيانية متوازية.

ملخص المفهوم الحلول المحتملة

عدد الحلول	واحد بالتحديد	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلحات	متوافق ومستقل	متوافق وغير مستقل	غير متوافق
التمثيل البياني			

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-1 تمثيل الدوال الخطية بيانيًا.

الدرس 6-1 تحديد عدد الحلول المتاحة لنظام معادلات خطية. إن وجدت. حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التمثيل البياني وتصنيفها وفق عدد الحلول.

بعد الدرس 6-1 حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام الطرق الجبرية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة قسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

- ما الذي يعنيه التعادل في هذا الموقف؟ الدخل من مبيعات قرص CD يساوي تكلفة إنتاج أقراص CD.
- ما القيمة المالية للتعادل؟ AED 2,500
- كم عدد الحلول التي يقدّمها هذا النظام؟ اشرح. واحد؛ يمكن أن يكون هناك فقط نقطة تعادل واحدة، وهي مكان تقاطع التمثيلات البيانية.

1 عدد الحلول الممكنة

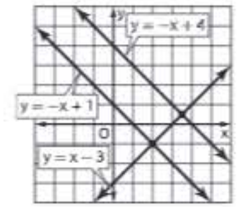
مثال 1 يوضح كيفية إيجاد عدد حلول نظام معادلات. وما إذا كان متوافقًا أم غير متوافق. أم مستقلاً أم غير مستقل.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الموجهة الموجودة بعد كل مثال للوقوف على استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 استخدم التمثيل البياني لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق. وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.



a. $y = -x + 1$
$y = -x + 4$
غير متوافق

b. $y = x - 3$
$y = -x + 1$
متوافق ومستقل

نصائح للمعلمين الجدد

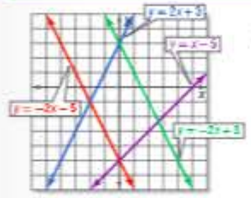
اللوحة البيضاء التفاعلية
أنشئ جدولاً بأعمدة:
لا يوجد حل، يوجد حل واحد، ويوجد عدد لا نهائي من الحلول. اكتب أنظمة متعددة من المعادلات على اللوحة. اطلب من الطلاب سحب كل نظام إلى العمود الصحيح.

نصيحة دراسية
عدد الحلول عندما تكون المعادلتان بصيغة $y = mx + b$ فإن قيم m و b يمكن أن تحدد عدد الحلول.

قارن m و b	عدد الحلول
قيم m متماثلة	واحد
قيم m مختلفة بغض النظر عن قيم b	لا يوجد
قيم m مختلفة بغض النظر عن قيم b	واحد
قيم m متماثلة وقيم b متماثلة	عدد لا نهائي

مثال 1 عدد الحلول

استخدم التمثيل البياني على اليسار لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.



a. $y = -2x + 3$
$y = x - 5$

بما أن المستقيمات البيانية لهذين المستقيمين تتقاطع عند نقطة واحدة، فهناك حل واحد بالتحديد. ومن ثم، فالنظام متوافق ومستقل.

b. $y = -2x - 5$
$y = -2x + 3$

بما أن المستقيمات البيانية لهذين المستقيمين متوازية، فلا توجد حلول لهذا النظام. ومن ثم، فالنظام غير متوافق.

تمرين موجّه

1A. $y = 2x + 3$, $y = -2x - 5$ — متوافق ومستقل

1B. $y = x - 5$, $y = -2x - 5$ — متوافق ومستقل

2 إيجاد الحل بالتمثيل البياني

من طرق حل أنظمة المعادلات تمثيل المعادلات بيانيًا بحرص على الشكل الإحداثي نفسها وإيجاد نقطة التقاطع فيها. هذه النقطة هي حل النظام.

مثال 2 إيجاد الحل باستخدام التمثيل البياني

مثّل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

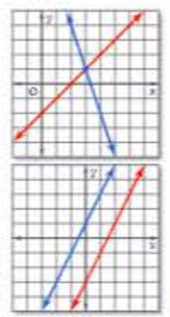
a. $y = -3x + 10$
$y = x - 2$

تظهر المستقيمات البيانية متقاطعة عند النقطة $(3, 1)$. يمكنك التحقق من هذا بالتعويض عن 3 بـ x و1 بـ y.

المعادلة الأصلية: $y = -3x + 10$
التعويض: $1 \stackrel{?}{=} -3(3) + 10$
الضرب: $1 \stackrel{?}{=} -9 + 10$
$1 = 1$ ✔

المعادلة الأصلية: $y = x - 2$
التعويض: $1 \stackrel{?}{=} 3 - 2$
الضرب: $1 = 1$ ✔

التحقق



b. $2x - y = -1$
$4x - 2y = 6$

المستقيمات لها نفس الميل لكن ليس لها نقاطعات مختلفة. إذا فالمستقيمات متوازية وبما أنها غير متقاطعة، فلا يوجد حل في هذا النظام. والنظام غير متوافق.

مراجعة المفردات
المستقيمات المتوازية لا تتقاطع أبدًا وليها نفس الميل.

التدريس المتمايز OL AL

التوسع اكتب نظامًا من ثلاث معادلات بمتغيرين اثنين على اللوحة. اطلب من الطلاب تحديد ما إذا كان النظام يشتمل على حل واحد، *ليس له حل*، أو يشتمل على عدد لا نهائي من الحلول. وإذا كان له حل واحد، فاذكره. على سبيل المثال.

$$x + y = 2$$
$$x - y = 0$$
$$y = -2$$

ليس له حل لأن المستقيمات الثلاثة لا تتقاطع في نقطة واحدة.

3 تمرين

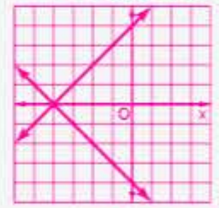
التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-9 للتحقق من استيعاب الطلاب.

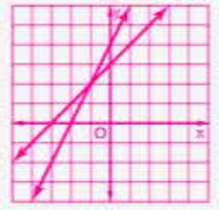
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

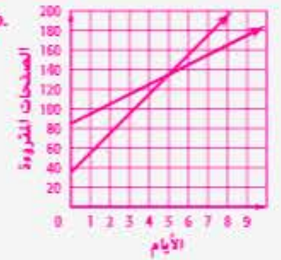
7. حل واحد. $(-4, 0)$



8. حل واحد. $(-1, 2)$



9b.



16–24. انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

16. حل واحد. $(0, -3)$

17. حل واحد. $\left(-\frac{5}{6}, -\frac{4}{3}\right)$

18. ليس له حل

19. عدد لا نهائي من الحلول

20. عدد لا نهائي من الحلول

21. حل واحد. $(-1, 5)$

22. حل واحد. $(2, 3)$

23. لا يوجد حل

24. عدد لا نهائي من الحلول

التحقق من فهمك

مثال 1 استخدم التمثيل البياني على اليمين لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.

1. $y = -3x + 1$, $y = 3x + 1$ — متوافق ومستقل
2. $y = 3x + 1$, $y = x - 3$ — متوافق ومستقل
3. $y = x - 3$, $y = x + 3$ — غير متوافق
4. $y = x + 3$, $x - y = -3$ — متوافق وغير مستقل
5. $x - y = -3$, $y = -3x + 1$ — متوافق ومستقل
6. $y = -3x + 1$, $y = x - 3$ — متوافق ومستقل

مثال 2 مثّل كل نظام بيانيًا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. **7–8. انظر الهامش.**

7. $y = x + 4$, $y = -x - 4$
8. $y = x + 3$, $y = 2x + 4$

مثال 3 9. **تمثيل النماذج** يقرأ إسماعيل وأسامة روايتين مصورتين. **9a. إسماعيل:** $y = 20x + 35$. **أسامة:** $y = 10x + 85$.

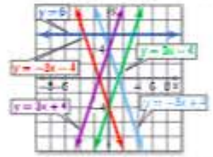
a. اكتب معادلة تمثل الصفحات التي قرأها كل منهما.

b. مثّل كل معادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

c. كم يمر من الوقت حتى يقرأ إسماعيل عددًا من الصفحات أكثر مما قرأ أسامة؟ تحقق وفسر حلك. **(5, 135). سيكون إسماعيل قد قرأ أكثر من أسامة بعد 5 أيام**

التمرين وحل المسائل

مثال 1 استخدم التمثيل البياني على اليمين لتحديد ما إذا كان كل نظام متوافقًا أم غير متوافق وما إذا كان مستقلاً أم غير مستقل.



10. $y = 6$, $y = 3x + 4$
11. $y = 3x + 4$, $y = -3x + 4$
12. $y = -3x + 4$, $y = -3x - 4$
13. $y = -3x - 4$, $y = 3x - 4$
14. $3x - y = -4$, $y = 3x + 4$
15. $3x - y = 4$, $3x + y = 4$

مثال 2 مثّل كل نظام بيانيًا وحدّد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. **16–24. انظر الهامش.**

16. $y = -3$, $y = x - 3$ — متوافق ومستقل
17. $y = 4x + 2$, $y = -2x - 3$ — متوافق ومستقل
18. $y = x - 6$, $y = x + 2$ — غير متوافق
19. $x + y = 4$, $3x + 3y = 12$ — متوافق ومستقل
20. $x - y = -2$, $-x + y = 2$ — متوافق وغير مستقل
21. $x + 2y = 3$, $x = 5$ — متوافق ومستقل
22. $2x + 3y = 12$, $2x - y = 4$ — متوافق ومستقل
23. $2x + y = -4$, $y + 2x = 3$ — متوافق ومستقل
24. $2x + 2y = 6$, $5y + 5x = 15$ — متوافق ومستقل

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL متدنٍ	10–26, 47, 49–76	11–25 فردي, 53–56	10–26 زوجي, 47, 49–52, 57–76
OL أساسي	11–25 فردي, 26, 27–41 فردي, 42–47, 49–76	10–26, 53–56	27–47, 49–52, 57–76
BL متقدم	27-68 (اختياري) 69-76		

McGraw-Hill Education

تمرين موجّه

مثّل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. **2A–2B. انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.**

2A. $x - y = 2$, $3y + 2x = 9$ — **حل واحد، (3, 1)**

2B. $y = -2x - 3$, $6x + 3y = -9$ — **عدد لا نهائي**

يمكننا استخدام ما تعرفه عن أنظمة المعادلات في حل كثير من مسائل الحياة اليومية التي تتضمن قيودًا مماثلة بدالتين مختلفتين أو أكثر.

مثال 3 من الحياة اليومية كتابة نظام معادلات وإيجاد حله

الرياضة زاد عدد الفتيات المشاركات في مباريات كرة القدم وسباق المضمار والميدان بالمدرسة زيادة مطردة على مدار الأعوام القليلة الماضية. استخدم المعلومات المذكورة في الجدول للتنبؤ بالعام التقريبي الذي يتساوى فيه عدد الفتيات المشاركات في الرياضتين.

رياضات المدرسة الثانوية	عدد الفتيات المشاركات عام 2008 (آلاف)	متوسط معدل الزيادة (بالآلاف في كل عام)
كرة القدم	345	8
سباق المضمار والميدان	458	3

الشرح

عدد الفتيات المشاركات — يساوي — معدل الزيادة — مضروبًا في — عدد الأعوام بعد 2008 — زائد — عدد المشاركات عام 2008.

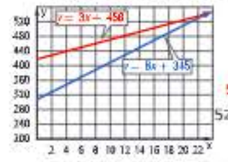
المتغيرات لنفرض أن y = عدد الفتيات المشاركات، لنفرض أن x = عدد الأعوام بعد 2008.

المعادلات

كرة القدم: $y = 8 \times x + 345$

المضمار والميدان: $y = 3 \times x + 458$

مثّل بيانيًا $y = 8x + 345$ و $y = 3x + 458$. تظهر التمثيلات البيانية متقاطعة عند نقطة (22.5, 525) تقريبًا.



التحقق استخدم التعويض للتحقق من هذه الإجابة.

$y = 8x + 345$ — $525 \stackrel{?}{=} 8(22.5) + 345$ — $525 = 525$ ✓

$y = 3x + 458$ — $525 \stackrel{?}{=} 3(22.5) + 458$ — $525 \approx 525.5$ ✓

الحل يعني أنه بعد عام 2008 بـ 22 عامًا تقريبًا، أو في عام 2030، سيتساوى عدد الفتيات المشاركات في رياضة كرة القدم بالمدرسة الثانوية وسباق المضمار والميدان عند 525,000 تقريبًا.

تمرين موجّه

3. **ألعاب الفيديو** يريد كل من إبراهيم وأحمد شراء لعبة فيديو. إبراهيم لديه AED 14 ويدخر AED 10 في الأسبوع. أما أحمد فلديه AED 26 ويدخر AED 7 في الأسبوع. فلأي كم أسبوع سيصبح مع كل منهما نفس المبلغ؟ **4 أسابيع**

التركيز على محتوى الرياضيات

تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا إذا كانت التمثيلات البيانية لنظام تتقاطع في نقطة واحدة، يكون النظام متوافقًا ومستقلاً ويكون له حل واحد. إذا تطابقت التمثيلات البيانية أو وقعت على نفس المستقيم، يكون النظام متوافقًا وغير مستقل ويكون للنظام عدد لا نهائي من الحلول. إذا كانت التمثيلات البيانية متوازية، يكون النظام غير متوافق ولا توجد نقاط تقاطع ولا يوجد حل. في دراستهم للهندسة، ينوسع الطلاب في فهمهم لمعادلات المستقيمات المتوازية عندما يثبتون معيار ميل المستقيمات المتوازية.

2 الحل باستخدام التمثيل البياني

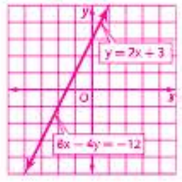
مثال 2 يوضح كيفية حل نظام المعادلات عبر التمثيل البياني. **مثال 3** يوضح كيفية استخدام نظام المعادلات لحل مسألة من الحياة اليومية.

أمثلة إضافية

2 مثّل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول التي يتضمنها. وإذا كان له حل واحد، فاذكره.

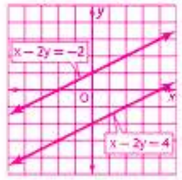
a. $y = 2x + 3$, $8x - 4y = -12$

يوجد عدد لا نهائي من الحلول

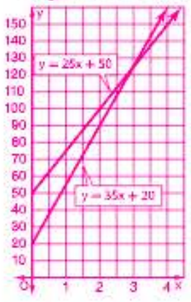


b. $x - 2y = 4$, $x - 2y = -2$

لا يوجد حل



3 ركوب الدراجات قطع منصور 20km الأسبوع الماضي ويخطط لقطع 35 كيلومترًا في الأسبوع. قطع ناصر 50km في الأسبوع الماضي ويخطط لقطع 25km في الأسبوع. توقع الأسبوع الذي يكون قد قطع فيه منصور وناصر نفس عدد الكيلومترات. **الأسبوع 3**



التمثيلات المتعددة

في التمرين 46. يستخدم الطلاب الجبر وتمثيلاً بيانيًا في المستوى الإحداثي لحل نظام المعادلات وتفسير النتائج.

انتبه!

تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 47. اقترح أن يجرب الطلاب أسعارًا متعددة في كل من الخصمين. مثل AED 100 و AED 50، و AED 150. ثم قرر ما إذا كانت أسماء، أم بدر على صواب.

تدريس ممارسات في الرياضيات

فرضيات يمكن للطلاب المتفوقين يعلم الرياضيات وضع الفرضيات وبناء تقدم منطقي للمسائل لاستكشاف حقيقة تقديراتهم. في التمرين 49. اطلب من الطلاب التفكير بشأن عدد الحلول المحتملة لنظام من معادلتين خطيتين.

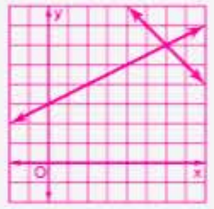
إجابات إضافية

45b.

سنوات منذ 2009	زوار الموقع الشخصي (min)	زوار المزادات (min)
0	2.5	59
1	15.6	57
2	28.7	55
3	41.8	53
4	54.9	51

45c.

46b. (6, 6)



46c. **كلا طرفي المعادلة في الجزء a يكونان مجموعة مساوية لـ x في نظام المعادلات الخطية في الجزء b.**

45 **المواقع الإلكترونية** موقع نشر شخصي كان لديه 2.5 مليون زائر عام 2009. وكل عام بعدها، كان عدد الزوار يرتفع بمقدار 13.1 مليون زائر. وموقع المزادات على الإنترنت كان لديه 59 مليون زائر عام 2009. لكن العدد كل عام بعد ذلك كان يزيد بمقدار 2 مليون زائر.

النشر الشخصي: $y = 13.1x + 2.5$; موقع المزادات على الإنترنت: $y = -2x + 59$

a. اكتب معادلة لكل شركة من الشركتين.

b. أعد جدولا بالتنبؤ لمدة 5 أعوام لكلتا الشركتين. **انظر الهامش.**

c. مثل كل معادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

d. متى يكون لموقعي النشر الشخصي والمزادات عدد الزوار نفسه؟ **في وقت ما خلال عام 2012**

e. اذكر مجال هذه الدوال ومداها في هذا الموقف.

$D = \{x \mid x \geq 0\}$; $R = \{y \mid y \geq 0\}$

46d. يمكنك إيجاد الحل من الإحداثي x لنقاطع مستقيمين في نظام المعادلات.

46. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستتعرف على طرق مختلفة لإيجاد تقاطع التمثيلات البيانية لمعادلتين خطيتين.

a. **جبريًا** استخدم الحذف في حل المعادلة $\frac{1}{2}x + 3 = -x + 12$ **6**

b. **بيانيًا** استخدم التمثيل البياني لحل $y = \frac{1}{2}x + 3$, $y = -x + 12$ **انظر الهامش.**

c. **تحليليًا** كيف ترتبط المعادلة في الجزء a بالنظام في الجزء b؟

d. **لفظيًا** اشرح كيفية استخدام التمثيل البياني في الجزء b لحل المعادلة في الجزء a.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

49. دائمًا، إذا كانت المعادلات خطية ولها أكثر من حل مشترك، فلا بد أن تكون متوافقة وغير مستقلة. ما يعني أن لها عددًا لا نهائيًا من الحلول المشتركة.

47. **تحليل الخطأ** يعرض متجر A خصومات قدرها 10% على جميع مبيعات الإلكترونيات له. ويعرض متجر B خصم AED 10 على جميع الإلكترونيات له. والآن يشتر كل من أسماء وبدر أي الفرضين يوفر لهما مالاً أكثر. فهل هما على صواب؟ اشرح إجابتك.

أسماء
لا يمكنك تحديد أي المتجرين يقدم عرضاً أفضل ما لم تعرف ثمن السلع التي تريد شراءها أولاً.

بدر
متجر A يقدم عرضاً أفضل لأن 10% من ثمن المبيعات يعد تخفيضاً أكبر من AED 10.

47. أسماء: إذا كان ثمن السلعة أقل من AED 100، فإن خصم AED 10 أفضل. وإذا كان ثمنها أكثر من AED 100، فإن خصم 10% هو الأفضل.

48. **تحد** استخدم التمثيل البياني في إيجاد حل أنظمة المعادلات $2x + 3y = 5$, $3x + 4y = 6$, $4x + 5y = 7$. **(2, −1)؛ انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيل البياني.**

49. **الفرضيات** حدد ما إذا كان لنظام يحتوي على معادلتين خطيتين حلول (0, 0) و (2, 2) حلول أخرى أسئلة أم دائمًا أم ليس له حلول. اشرح.

50. **أيها لا ينتمي للمجموعة؟** أي أنظمة المعادلات التالية لا ينتمي للأنظمة الثلاث الأخرى؟ اشرح استنتاجك.

$3x - 2y = 1$ $2x + 3y = 18$	$4x + 2y = 14$ $12x + 6y = 18$	$-x + 4y = 8$ $3x - 6y = 6$	$4x - y = 5$ $-2x + y = -1$

50. الإجابة النموذجية: $4x + 2y = 14$، $12x + 6y = 18$. هذا النظام غير متوافق بينما بقية الأنظمة متوافقة ومستقلة.

51. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب ثلاث معادلات بحيث تكون ثلاث أنظمة من أنظمة المعادلات مع $y = 5x - 3$ بحيث أن تكون الأنظمة الثلاث غير متوافقة، ومتوافقة ومستقلة، ومتوافقة وغير مستقلة. على الترتيب. **الإجابات النموذجية: $y = 5x + 3$; $y = -5x - 3$, $2y = 10x - 6$**

52. **الكتابة في الرياضيات** صف الخبرات والعيوب لحل أنظمة المعادلات بالتمثيل البياني. **انظر الهامش.**

التدريس المتمايز AL OL

المتعلمون بطريقة التواصل اطلب من الطلاب العمل في ثنائيات أو مجموعات للتحقق من حلول التمارين 16–24 و 27–41. اقترح عليهم استخدام النصيحة الدراسية (صفحة 336) عند مقارنة m و b عندما تكون المعادلتين بصيغة $y = mx + b$. اطلب من الطلاب كتابة المعادلات بصيغة الميل والتقاطع. إذا لزم الأمر.

مثال 3

25. **جمع التبرعات بالمدرسة** يتنافس أيمن ومحمود لمعرفة من يمكنه بيع العدد الأكبر من التذاكر لجمع تبرعات الشتاء. فمع يوم الاثنين، باع أيمن 22 تذكرة ثم باع 30 تذكرة كل يوم بعد ذلك. وباع محمود 53 تذكرة يوم الاثنين ثم باع 20 تذكرة كل يوم بعد ذلك.

a. اكتب معادلات لعدد التذاكر التي باعها كل منهما.
أيمن: $y = 30x + 22$. محمود: $y = 20x + 53$

b. مثل كل معادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

c. حدد حل نظام المعادلات. تحقق من حلك وفسره.
(3.1, 115). بعد 3 أيام تقريبًا، سيكون أيمن قد باع عددًا أكبر من التذاكر.

26. **تمثيل النماذج** إذا كان x هو عدد الأعوام منذ عام 2000، و y هو النسبة المئوية للأشخاص الذين يستخدمون خدمات السفر، فإن المعادلات التالية تمثل النسبة المئوية للأشخاص الذين يستخدمون وكالات السفر والنسبة المئوية للأشخاص الذين يستخدمون الإنترنت في التخطيط للسفر.

وكالات السفر: $y = -2x + 30$ الإنترنت: $y = 6x + 41$

a. مثل نظام المعادلات بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

b. قدر العام الذي استخدمت فيه وكالات السفر والإنترنت بالتساوي. **1999**

مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول الذي يتضمنه. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. 41–27.
انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.

27 حل واحد: $y = \frac{1}{2}x$, $y = x + 2$ **(−4, −2)**

28. حل واحد: $y = 6x + 6$, $y = 3x + 6$ **(0, 6)**

29. حل واحد: $y = 2x - 17$, $y = x - 10$ **(7, −3)**

30. حل واحد: $8x - 4y = 16$, $-5x - 5y = 5$ **(1, −2)**

31. حل واحد: $3x + 5y = 30$, $3x + y = 18$ **(5, 3)**

32. حل واحد: $-3x + 4y = 24$, $4x - y = 7$ **(4, 9)**

33. $2x - 8y = 6$, $x - 4y = 3$ **لا نهائي حلول كثيرة**

34. $4x - 6y = 12$, $-2x + 3y - 6 =$ **لا نهائي حلول كثيرة**

35. $2x + 3y = 10$, $4x + 6y = 12$ **لا يوجد حل**

36. حل واحد: $3x + 2y = 10$, $2x + 3y = 10$ **(2, 2)**

37. $3y - x = -2$, $y - \frac{1}{3}x = 2$ **لا يوجد حل**

38. $\frac{8}{5}y = \frac{2}{5}x + 1$, $\frac{2}{5}y = \frac{1}{10}x + \frac{1}{4}$ **لا نهائي حلول كثيرة**

39. حل واحد: $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y = 1$, $x + y = 1$

40. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}x + \frac{1}{6}y = \frac{1}{2}$ **لا يوجد حل**

41. حل واحد: $\frac{5}{6}x + \frac{2}{3}y = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}y = \frac{3}{5}$ **(3, −3)**

42. **التصوير** افترض أن x تمثل عدد الكاميرات التي تم بيعها و y تمثل عدد السنوات منذ عام 2000. إذا يمكن تمثيل عدد الكاميرات الرقمية التي تم بيعها كل عام منذ عام 2000. بالملايين بالمعادلة $y = 12.5x + 10.9$. ويمكن تمثيل عدد كاميرات الفيلم التي تم بيعها كل عام منذ عام 2000 بالملايين. بالمعادلة $y = -9.1x + 78.8$.

a. مثل كل معادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 6.**

b. في أي عام تتخطى مبيعات الكاميرات الرقمية معدل مبيعات كاميرات الفيلم؟ **2003**

c. في أي عام توقف بيع كاميرات الفيلم تمامًا؟ **2008**

d. ما مدى ومجال كل دالة في هذا الموقف؟

مثل كل نظام بيانيًا وحدد عدد الحلول الذي يتضمنه. فإذا كان له حل واحد، فاذكره. 44–43.
انظر ملحق إجابات الوحدة 6 للتمثيلات البيانية.

43. $2y = 1.2x - 10$, $4y = 2.4x$ **لا يوجد حل**

44. $x = 6 - \frac{3}{8}y$, $4 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y$ **حلول كثيرة بلا نهاية**

42d. **مجال كل من هذه المعادلات هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 0. ومدى كل من هذه المعادلات هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 0.**

© McGraw-Hill Education

تدريس ممارسات في الرياضيات

التمثيل بالنماذج يستطيع الطلاب المتفوقون في الرياضيات تطبيق الرياضيات التي تعلموها في حل المسائل التي تظهر في حياتهم اليومية. في التمرين 9. وضح أن أسامة بدأ بقراءة عدد أكبر من الصفحات ولكن نظرًا لأن إسماعيل يقرأ أسرع فسوف يلحقه. في التمرين 26. اسأل الطلاب ما الذي يمثله الميل في كل معادلة في سياق المسألة.

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لحل نظام المعادلات.

المواد

- حاسبة تمثيل بياني

نصيحة للتدريس

ذكّر الطلاب بأنه يجب حل المعادلات لـ y قبل إدخالها في الحاسبة.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

قسّم الطلاب إلى مجموعات متنوعة القدرات من اثنين أو ثلاثة طلاب. واطلب من المجموعات إكمال النشاطين 1 و 2.

النشاط 1

- في الخطوة 2، ذكّر الطلاب بمسح جميع المعادلات السابقة من قائمة Y=. اطلب من الطلاب إجراء التمثيل البياني لكل نظام باستخدام نافذة العرض القياسية. إذا كان التقاطع غير مرئي، فاطلب منهم ضبط النافذة إلى مساحة مقترحة وفقًا لاتجاهات المستقيمات.
- في الخطوة 3، وضّح أن خاصية GUESS (التخمين) التي تظهر بعد الضغط على ENTER للمرة الثانية تقدم للطلاب فرصة لاستخدام مفاتيح الأسهم لتقدير الحل للنظام ثم التحقق من تقديراتهم بالضغط على ENTER للمرة الثالثة.

تمرين اطلب من الطلاب إكمال التمارين من 1 إلى 10.

6-1 مختبر تقنية التمثيل البياني أنظمة المعادلات

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لتمثيل نظام المعادلات بيانيًا وحله.

النشاط 1 إيجاد حل نظام المعادلات

حل نظام المعادلات. عيّن الحل المكون من الكسر العشري مقربًا لأقرب جزء من مئة.

5. $23x + y = 7.48$
6. $42x - y = 2.11$

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات المناسبة بطريقة إستراتيجية

الخطوة 1 حلّ كل معادلة لـ y لإدخالها إلى الحاسبة.

المعادلة الأولى	$5.23x + y = 7.48$
اطرح $5.23x$ من الطرفين	$5.23x + y - 5.23x = 7.48 - 5.23x$
بسّط	$y = 7.48 - 5.23x$
المعادلة الثانية	$6.42x - y = 2.11$
اطرح $6.42x$ من الطرفين	$6.42x - y - 6.42x = 2.11 - 6.42x$
بسّط	$-y = 2.11 - 6.42x$
اضرب كل طرف في -1	$(-1)(-y) = (-1)(2.11 - 6.42x)$
بسّط	$y = -2.11 + 6.42x$

الخطوة 2 أدخل تلك المعادلات في قائمة Y= ومثلها بيانيًا في نافذة العرض المناسبة.

خطوات العملية على الحاسبة:
Y= 7.48 (−) 5.23 X,T,θ,n
ENTER (←) 2.11 (+)
6.42 X,T,θ,n ZOOM 6

[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الحل مماثل تقريبًا (0.82, 3.17).

الخطوة 3 استخدم قائمة CALC لإيجاد نقطة التقاطع.

خطوات العملية على الحاسبة:
2nd [CALC] ENTER ENTER ENTER

عندما تحل نظام معادلات فيه $y = g(x)$ ، $y = f(x)$، يكون الحل زوجًا مرتبًا يمكن تعويضه في كلتا المعادلتين. ويحدث الحل دائمًا عندما تكون $f(x) = g(x)$. وبالتالي، يكون إحداثي x للحل هو قيمة x التي يكون فيها $f(x) = g(x)$.

من بين الطرق التي يمكنك استخدامها في حل معادلة لها متغير واحد أن تمثلها بيانيًا وتحل نظام المعادلات بناء على المعادلة. وتكون تعمل هذا أكثر تطفلًا باستخدام طرفي المعادلة. ثم استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل النظام.

تمرين على الاختبار المعياري

53. **إجابة قصيرة** نوع من البكتيريا يتكاثر كل 20 دقيقة، بما يضاعف عددها. إذا كان هناك عدد 450,000 جسيم بكتيري في تمام الساعة 9:00 ص، فكم سيكون عدد البكتيريا في تمام الساعة 2:00 ظهرًا؟
14,745,600,000 جسيم بكتيري

54. **الهندسة** قُطع سلك طوله 84cm إلى قطع متساوية ثم رُبطت القطع من نهاياتها لتكوّن أضلاع مكعب. ما حجم المكعب؟ **B**

A $294\ cm^3$ C $1158\ cm^3$
B $343\ cm^3$ D $2744\ cm^3$

55. ما حل المتباينة $-9 < 2x + 3 < 15$؟ **H**

F $-x \geq 0$ H $-6 < x < 6$
G $x \leq 0$ J $-5 < x < 5$

56. **ما حل نظام المعادلات؟** **D**

$$x + 2y = -1$$
$$2x + 4y = -2$$

A $(-1, -1)$ C لا يوجد حل
B $(2, 1)$ D حلول كثيرة لا نهائية

مراجعة شاملة

مثّل كل متباينة بيانيًا. الدرس 5-6 **57–62. انظر الهامش.**

57. $3x + 6y > 0$
58. $4x - 2y < 0$
59. $3y - x \leq 9$
60. $4y - 3x \geq 12$
61. $y < -4x - 8$
62. $3x - 1 > y$

63. **المكتبة** للحصول على منحة من الجمعية التاريخية بالمدينة، يجب أن يكون عدد الكتب التاريخية في حدود 25 كتابًا من 1500 قما مدى عدد الكتب التاريخية التي يجب أن تتضمنها المكتبة؟ الدرس 5-5 **1475 إلى 1525 كتابًا**

64. **المدرسة** تنظم درجات أماني في ثلاثة اختبارات للرياضيات في الجدول. وبعد الاختبار الرابع والأخير من فترة التقييم غدًا، وهي تحاول إلى ما لا يقل عن 92 في المتوسط لكي تحصل على درجة A لفترة التقييم. الدرس 5-3

اختبار	الدرجة
1	91
2	95
3	88

a. إذا كانت m تمثل درجاتها في اختبار الرياضيات الرابع، فاكتب متباينة تمثل هذا الموقف. $\frac{91 + 95 + 88 + m}{4} \geq 92$

b. إذا أرادت أماني تحقيق درجة A في الرياضيات، فما الدرجة التي يلزمها إحرازها في الاختبار؟ **94 أو أكثر**

c. هل الحل الذي قدمته منطقي؟ اشرح. **نعم. الدرجة سهلة المنال وقد أحرزت أماني أعلى منها من قبل.**

اكتب صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة وعمودي على التمثيل البياني للمعادلة.

65. $(-3, 1)$، $y = \frac{1}{3}x + 2$ $y = -3x - 8$
66. $(6, -2)$، $y = \frac{3}{5}x - 4$ $y = -\frac{5}{3}x + 8$
67. $(2, -2)$، $2x + y = 5$ $y = \frac{1}{2}x - 3$
68. $(-3, -3)$، $-3x + y = 6$ $y = -\frac{1}{3}x - 4$

مراجعة المهارات

حُلّ كل معادلة مستخدمًا مجموعة التعويض المعطاة.

69. $f - 14 = 8$; {12, 15, 19, 22} **22**
70. $15(n + 6) = 165$; {3, 4, 5, 6, 7} **5**
71. $23 = \frac{d}{4}$; {91, 92, 93, 94, 95} **92**
72. $36 = \frac{t - 9}{2}$; {78, 79, 80, 81} **81**

جد قيمة كل تعبير إذا كان $c = 11$ و $b = -3$، و $a = 2$.

73. $a + 6b$ **−16**
74. $7 - ab$ **13**
75. $(2c + 3a) \div 4$ **7**
76. $b^2 + (a^3 - 8)5$ **9**

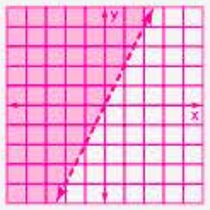
4 التقويم

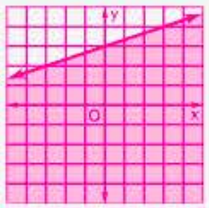
بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
أعط الطلاب قطعة صغيرة من ورق التمثيل البياني. اطلب منهم رسم تمثيل بياني يمثل نظام المعادلات المتوافق وغير المستقل.

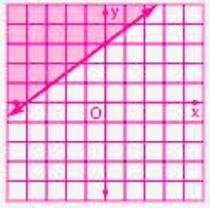
إجابات إضافية

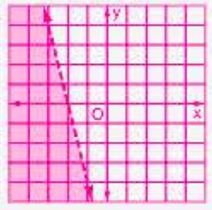
52. يظهر التمثيل البياني يوضح ما إذا كان نظام المعادلات يشتمل على حل واحد، أو ليس له حل أو يشتمل على عدد لا نهائي من الحلول. ولكن قد يكون إيجاد قيم x و y الدقيقة من تمثيل بياني أمرًا صعبًا.

57.

58.


59.


60.


61.


62.